

O długości ekspozycji i ilości zdjęć w astrofotografii słów kilka

(Co lepsze: robić dużo zdjęć o krótkich czasach ekspozycji i je uśredniać, czy wykonać zdjęcia dłuższe lecz kosztem zmniejszenia ich ilości ?)

Nie pierwszy już raz spotykam się z pytaniem dotyczącym ilości i długości wykonywanych zdjęć astronomicznych. Wielu z nas trapi pytanie – kiedy uzyskamy mniejszy udział szumów w zdjęciu – czy gdy zbierzemy bardzo dużo zdjęć, lecz kosztem krótkich czasów ekspozycji, czy może lepiej wykonać dłuższe zdjęcia akceptując to, że będzie ich jednocześnie mniej. Na to pytanie chciałbym odpowiedzieć podpierając się w pełni fizyką procesów jakie zachodzą w matrycy podczas rejestracji. Uwzględniając poszczególne składowe udowodnię, które z rozwiązań jest lepsze i dlaczego.

Aby móc rozumieć wszystkie poniższe rozważania, należy najpierw poznać z grubsza proces wytwarzania i zliczania ładunku w obrębie pikselu. Co któryś padający na matrycę foton oddaje swoją energię elektronom w półprzewodniku. Tak „doładowany” elektron staje się elektronem mobilnym (elektronem w pasmie przewodnictwa). Takie elektrony zaś są gromadzone w obrębie studni potencjału w pikselu, a podczas odczytu przesyłane do wyjściowego wzmacniacza ładunku. Wzmacniacz przetwarza elektrony na napięcie wyrażone w voltach. Napięcie to następnie zostaje przetworzone na liczbę wysyłałą do komputera, a objawiającą się jako wartość liczbową danego pikselu. Z tego wszystkiego wynika, że od strumienia do wartości liczbowej przechodzimy przez dwa „wzmocnienia”. Pierwsze z nich to wydajność kwantowa Q , czyli ułamek, który symbolizuje mniej więcej jaka część fotonów odda swoją energię tworząc elektrony mobilne. Drugi natomiast stopień wzmacniania to przetwarzanie elektronów na liczbę, którą otrzymuje użytkownik, czyli sumaryczne wzmocnienie toru: wzmacniacz ładunku \rightarrow konwerter napięcie-liczba (przetwornik A/C). Podsumowując, liczba pojawiająca się przy pikselu to

$$I = G \cdot Q \cdot (\text{ilość padających fotonów}) = G \cdot (\text{ilość wygenerowanych elektronów}) \quad (1)$$

Przedstawianie metody pomiaru wartości G dla danej matrycy nie jest celem tego artykułu być może innym razem zostanie ona opisana. Warto powiedzieć że kształtuje się w profesjonalnych kamerach na poziomie 10^4 jednostek / e^- .

Kolejną podstawą do przyswojenia jest to, iż każdy strumień fotonów jest procesem opisanym rozkładem Poissona (czyt. płazona). Najważniejszym efektem tego jest szum jakim musi być obarczony każdy, nawet idealny, pomiar światła. Wyobraźmy sobie prosty przykład: jeżeli dany jest strumień $\phi = 100$ fotonów / sekundę, to naturalnym wydaje się że „zbierając” fotony przez 100 sekund zbierzemy ich $100 \cdot 100 = 10\,000$. W rzeczywistości, ze względu na losowość procesu generacji tego strumienia (proces Poissona) przez źródło (np. gwiazda) ilość wygenerowanych, a więc i zebranych fotonów wynosi $\phi t \pm \sqrt{\phi t}$, gdzie t to czas pomiaru. Wyliczmy więc dla naszego przykładu ilość zebranych fotonów:

$$100 \left[\frac{\text{fot}}{\text{sek}} \right] \cdot 100 [\text{sek}] \pm \sqrt{100 \left[\frac{\text{fot}}{\text{sek}} \right] \cdot 100 [\text{sek}]} = 10\,000 \pm 100 [\text{fot}] \quad (2)$$

Widzimy, że każdemu pomiarowi będzie towarzyszył szum – nazwijmy go szumem Poissona, proporcjonalny do pierwiastka ilości cząstek elementarnych (tu fotonów).

Podobnie w matrycy – elektrony wygenerowane w wyniku zjawiska fotoelektrycznego podlegają rozkładowi Poissona. Zakładając tempo generacji elektronów na poziomie ϕ otrzymamy ilość zgromadzonego ładunku w pikselu Q_p

$$Q_p = \phi t \quad N_f = \sqrt{\phi t} \quad (3)$$

Pamiętając, iż wartość którą otrzymujemy w zdjęciu jest wynikiem przemnożenia ilości zgromadzonych elektronów przez stałą G stąd poprawiając wzór (3) będziemy mieli:

$$Q_p = G\phi t \quad N_f = G\sqrt{\phi t} \quad (3)$$

Kolejną istotną rzeczą jest szum termiczny jaki otrzymujemy na zdjęciach. W każdym pikselu, oprócz właściwej generacji elektronów mobilnych poprzez bombardowanie fotonami, występuje równoczesne generowanie tychże elektronów przez drgania sieci krystalicznej (fonony). Drgania te wynikają z temperatury w jakiej znajduje się ciało (tutaj – matryca CCD). Im większa temperatura tym drgania większe i równocześnie więcej wygenerowanych dodatkowych, niechcianych elektronów. Jednocześnie ich ilość zależy od czasu liniowo (jest to prawdą dla zdecydowanej większości pikseli), tzn. jeżeli przy tym samym wzmocnieniu K zrobimy zdjęcie bez udziału światła (dark) z czasem t i otrzymamy w pikselu n zliczonych elektronów to robiąc zdjęcie o czasie naświetlania $2t$ otrzymamy w tym pikselu $2n$ elektronów. Podobnie jak w przypadku generacji fotonów przez źródło światła, tak i generacja elektronów przez sieć krystaliczną jest procesem Poissona, więc ilość generowanych elektronów będzie oscylować wokół wartości oczekiwanej z rozrzutem równym pierwiastkowi wartości oczekiwanej. Dla naszego przykładu darka z czasem t otrzymana ilość elektronów wyniesie $n \pm \sqrt{n}$. Pamiętając o tym, że elektrony przemnażane są przez wzmocnienie wzmacniacza ładunku równe G , wartość liczbowa otrzymana przy pikselu będzie równa $Gn \pm G\sqrt{n}$. Uogólniając, gdy w pikselu tempo generacji prądu ciemnego wynosi g_d , to poprzednia wartość będzie wyrażała się teraz wzorem: $Gg_d t \pm G\sqrt{g_d t}$

O ile wartość średnią zgromadzonego ładunku termicznego możemy usunąć odejmując od zdjęcia master dark czyli klatkę ciemną otrzymaną z uśredniania bardzo wielu klatek ciemnych, to szum $G\sqrt{g_d t}$ pozostaje. Podobnie jak w poprzednim akapicie, podsumujemy rozważania wzorem na szum N_d prądu ciemnego występujący w pikselu (już po korekcji master darkiem !)

$$N_d = G\sqrt{g_d t} \quad (4)$$

Ostatnim czynnikiem, wciąż nie uwzględnionym w rozważaniach, jest szum elektroniki wzmacniacza wyjściowego. Szum ten jest obecny w każdym detektorze CCD i CMOS, ograniczając możliwości pomiaru bardzo małych strumieni świetlnych przy krótkich czasach ekspozycji. Jest to wartość stała, niezależna od czasu ekspozycji czy strumienia świetlnego oraz minimalnie zależna od temperatury. Zależna jest ona jednak od wzmocnienia wzmacniacza ładunku, gdyż wraz z ładunkiem wzmacniany jest w nim również jego własny szum. Wartość tego szumu będzie więc równa:

$$N_e = GN_{e0} \quad (5)$$

Do wytłumaczenia pozostały jeszcze dwa aspekty. Pierwszy z nich to jak sumować ze sobą owe szumy. Sprawa jest dość prosta – jako że szumy te są niezależne to ich wartość sumaryczną otrzymujemy poprzez średnią geometryczną. Czyli wypadkowy szum przy danych wartościach N_f , N_d , N_e będzie równy

$$N = \sqrt{(N_f)^2 + (N_d)^2 + (N_e)^2} \quad (6)$$

Uśrednianie wielu zdjęć powoduje spadek szumu wraz z pierwiastkiem ilości uśrednień. Stąd podczas uśredniania k zdjęć o szumie N otrzymamy szum na poziomie

$$\frac{N}{\sqrt{k}} \quad (7)$$

Po tych niezbędnych opisach możemy wreszcie przejść do odpowiedzi na pytanie: czy bardziej opłaca się robić wiele zdjęć krótszych i uśredniać je, czy jedno długie. Niech zatem nasz czas ekspozycji pojedynczego zdjęcia wynosi t . Rozpatrzmy stosunek sygnału właściwego do szumu w przypadku wykonania k zdjęć o czasie t/k i ich uśrednienia.

Średni sygnał zgromadzony w czasie t/k zgodnie ze wzorem (3), po podstawieniu pod $t \rightarrow t/k$ wyniesie

$$Q_p = G\phi t \frac{t}{k} \quad (8)$$

Wartość szumu, uwzględniając efekt uśredniania (7) oraz sumowanie szumów (6) wyniesie

$$\begin{aligned} N &= \frac{\sqrt{(N_f)^2 + (N_d)^2 + (N_e)^2}}{\sqrt{k}} = \frac{\sqrt{\left(G\sqrt{\phi \frac{t}{k}}\right)^2 + \left(G\sqrt{g_d \frac{t}{k}}\right)^2 + (GN_{e0})^2}}{\sqrt{k}} = \\ &= \sqrt{\frac{G^2\phi \frac{t}{k} + G^2g_d \frac{t}{k} + G^2N_{e0}^2}{k}} \end{aligned} \quad (9)$$

Definiując jakość naszego zdjęcia jako stosunek sygnału do szumu (SNR) możemy przedstawić następującą jego zależność od ilości wykonanych (i następnie uśrednionych) zdjęć

$$SNR(k) = \frac{S_f}{N} = \frac{G\phi t}{\sqrt{G^2\phi t + G^2g_d t + kG^2N_{e0}^2}} \quad (10)$$

$$SNR(k) = \frac{\phi t}{\sqrt{\phi t + g_d t + k(N_{e0})^2}} \quad (11)$$

Z ostatecznej zależności (11) wynika, że pozostając przy stałej temperaturze, dla danego czujnika stosunek SNR będzie malał wraz z wykonywaniem większej ilości krótszych zdjęć w zadanym czasie. Co więcej, zwiększenie ISO (a więc G) zupełnie nic nie zmienia (brak G w zależności ostatecznej).

Poprawę jakości zdjęcia możemy uzyskać poprzez

- wydłużenie czasu ekspozycji (dla aparatów należy zmniejszyć ISO, tak aby nie nastąpiło nasycenie), kosztem zmniejszenia ilości zebranych i uśrednionych zdjęć – **zmniejszenie k**

- zminimalizowanie tempa generacji termicznej – zmniejszenie temperatury – **zmniejszenie g_d**
- zmniejszenie szumów elektroniki – wymiana sensora na lepszy – **zmniejszenie N_e**
- zwiększenie wydajności kwantowej – wymiana sensora na lepszy – **zwiększenie ϕ**

Oczywiście kwestia poprawy jakości zdjęcia silnie zależy od stosunków poszczególnych stałych w matrycy. I tak dla matryc o bardzo niskim szumie w obrębie średnio silnych strumieni ciężko będzie zauważyć poprawę jakości wraz z wydłużaniem czasu ekspozycji kosztem zmniejszania ilości zebranych zdjęć. Jeżeli natomiast udział szumu elektroniki jest znaczny, a strumień fotonów niewielki poprawa ta będzie bardziej widoczna. Tak czy inaczej, skoro ZAWSZE zdjęcie o dłuższym czasie naświetlania da nam więcej informacji, warto je wykonywać, choćby z uwagi na miejsce na dysku podczas sesji oraz późniejszy nakład pracy przy przetwarzaniu dużej liczby zdjęć. Wyciągnijmy z tych rozważań jeden wniosek: póki starcza pojemności piksela, należy korzystać z naturalnego uśredniania wewnątrz studni potencjału (zdjęcie z długim czasem), a nie dzielić a potem składać ręcznie (matematycznie – w programie).

mgr inż. Adam Popowicz (apopowicz@polsl.pl)

Wydział Automatyki Elektroniki i Informatyki, Politechnika Śląska